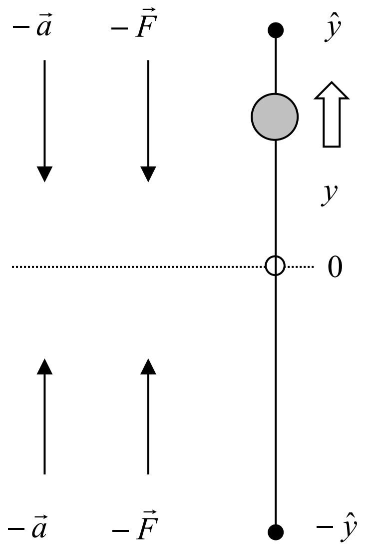
12 Mechanische Schwingungen

Eine Schwingung tritt auf, wenn die stabile Gleichgewichtslage eines Systems leicht gestört wird. Beispielsweise bewegen sich Boote auf und ab, die Pendel von Uhren gehen hin und her und die Saiten von Musikinstrumenten schwingen. Auch Luftmoleküle schwingen in Form von Schall oder der elektrische Strom z.B. im Radio schwingt.

12.1 Harmonische Schwingungen beim Federpendel

Die einfachste Anordnung, welche mit guter Näherung harmonisch schwingt, ist das **Federpendel.**

Körper an einem Federpendel:



Physikalische Grössen:

y = momentane Auslenkung (Elongation) in m

$\hat{y}$ = maximale Auslenkung (Amplitude) in m

D = Federkonstante in N/m

F = resultierende Kraft in N

a = Beschleunigung in m/s^2

m = Masse des schwingenden Körpers in kg

v = Geschwindigkeit in m/s

Die Geschwindigkeit **ändert sich laufend**. Beim Nullpunkt ist der Körper im **Gleichgewicht**, d.h. es wirkt keine resultierende Kraft.

Die **abwärts gerichtete Kraft F** wächst mit zunehmender Auslenkung des Körpers.

Wenn der Körper unten ist, also y ist negativ, wirkt die **Kraft nach oben**, d.h. in **die positive Richtung**.

Immer ist die Kraft, der von der Null-Lage gerechneten Auslenkung, **entgegengerichtet**. In der Ruhelage ist die Kraft gleich Null, d.h. die Zugkraft der Feder und die Gewichtskraft sind gleich gross.

$\boldsymbol{F \sim y}$ => **„harmonische Schwingung"**

Nach Hooke gilt: $F = -D \cdot y$ $\left[\frac{\mathrm{N} \cdot \cancel{\mathrm{m}}}{\cancel{\mathrm{m}}}\right]$

(Das Minuszeichen bedeutet, dass die Federspannkraft F der Auslenkung y jeweils **entgegengerichtet** ist.)

Die veränderliche Kraft bewirkt, dass der Körper verschieden stark abgebremst und wieder neu beschleunigt wird.

Nach Newton II gilt: $F = m \cdot a$

beide Kräfte gleichgesetzt

$$m \cdot a = -D \cdot y$$

oder

$$\frac{a}{y} = -\frac{D}{m}$$

veränderlichen Werte **konstante Werte**

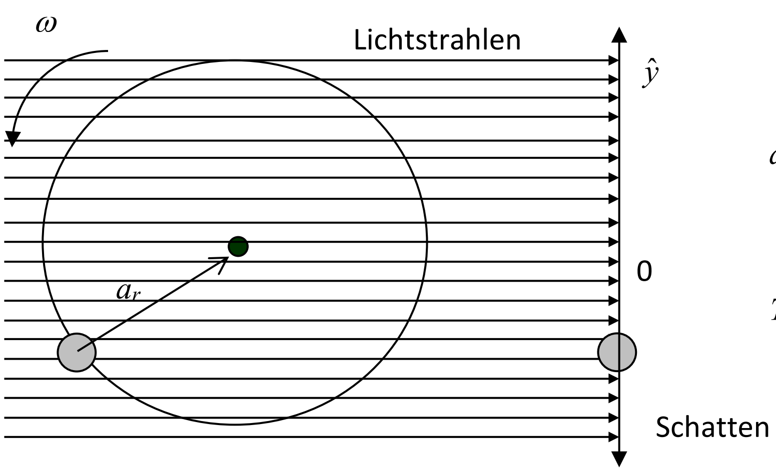
$\frac{a}{y} = const.$ $\boldsymbol{a \sim y}$ **=** „harmonische Schwingung“

Die Beschleunigung a ist der Auslenkung y **proportional und ihr entgegengerichtet**, also über der Null-Lage nach unten und unter der Null-Lage nach oben, darum das Minuszeichen.

Die Beschleunigung ist vektoriell **immer auf die Null-Lage** hingerichtet. Beim Weggehen der Kugel wächst die Beschleunigung bzw. die Verzögerung $\left(\frac{\Delta v}{\Delta t}\right)$ und beim Annähern nimmt die Beschleunigung ab. In der Ruhelage ist die Beschleunigung Null (es wirkt ja auch keine resultierende Kraft).

Zwischen der Pendelschwingung und passend gewählter Kreisbewegung besteht folgender Zusammenhang:

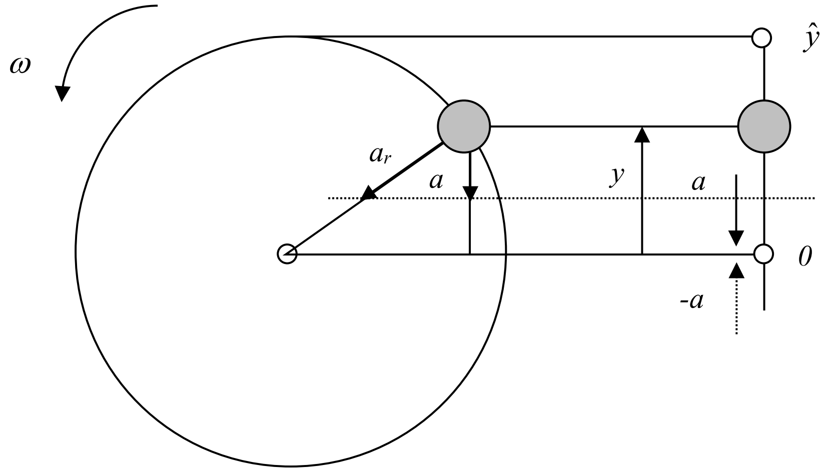
Rechtwinklige Parallelprojektion einer gleichmässigen Kreisbewegung



a_r = Radialbeschleunigung

T = Periodendauer der Schwingung

Ausschnitt aus der Kreisbewegung



$$-\frac{a}{a_r} = -\frac{y}{\hat{y}}$$

$$\frac{a}{y} = \frac{a_r}{\hat{y}} = \text{konstant}$$

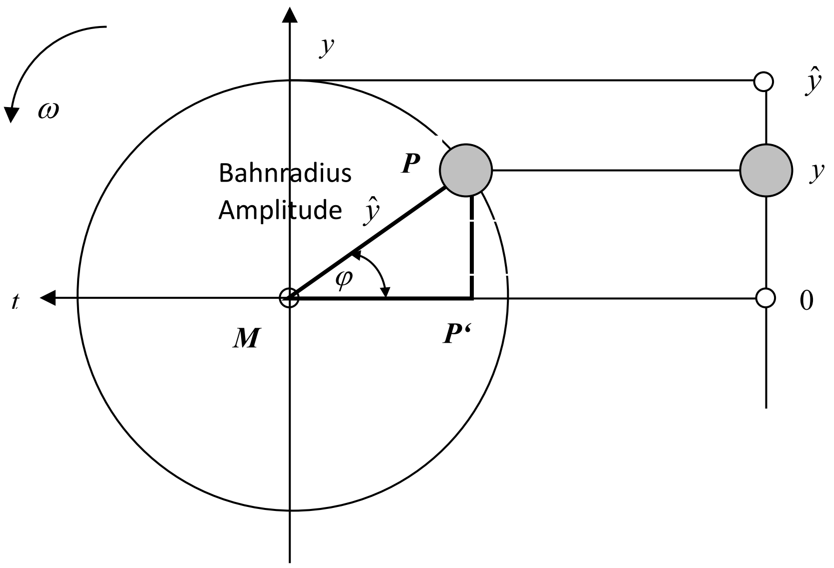
$\frac{a}{y} = const.$ $\quad a \sim y =$ „harmonische Schwingung“

Damit ist gezeigt, dass die Projektion der gleichmässigen Kreisbewegung einer harmonischen Schwingung entspricht. Man kann sagen: wenn a/y = const. => Periodendauer bleibt konstant

12.1.1 Das Ort-Zeit-Gesetz

Als Vorstellung kann folgende geometrische Hilfskonstruktion benützt werden.

Darstellung einer Phase (augenblicklicher Zustand der Schwingung)



Für das rechtwinklige Dreieck MPP‘ gilt die Beziehung

$$\sin\varphi = \frac{y}{\hat{y}} \qquad \text{(Gegenkathete zur Hypotenuse)}$$

nach y aufgelöst $\qquad y = \hat{y} \cdot \sin\varphi$

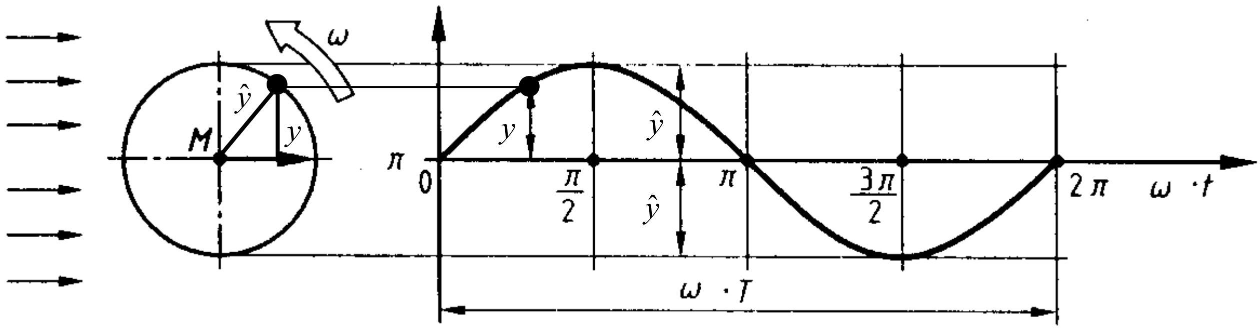
φ	=	Phasenwinkel der Schwingung $\varphi = \omega \cdot t$ (ändert sich ständig)
ω	=	Winkelgeschwindigkeit (Kreisfrequenz) $\quad \omega = \dfrac{2\pi}{T} = 2\pi \cdot f$
T	=	Periodendauer der Schwingung
t	=	Zeit (Zeitmessung beginnt beim Durchgang durch Null-Lage)

$$\boxed{\begin{aligned} y(t) &= \hat{y} \cdot \sin(\omega\, t) \\ y(t) &= \hat{y} \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{T} \cdot t\right) \\ y(t) &= \hat{y} \cdot \sin(2\pi \cdot f \cdot t) \\ &\textit{oder} \\ y(t) &= \hat{y} \cdot \sin\left(\frac{360^\circ}{T} \cdot t\right) \end{aligned}}$$

(Winkel im Bogenmass gemessen)

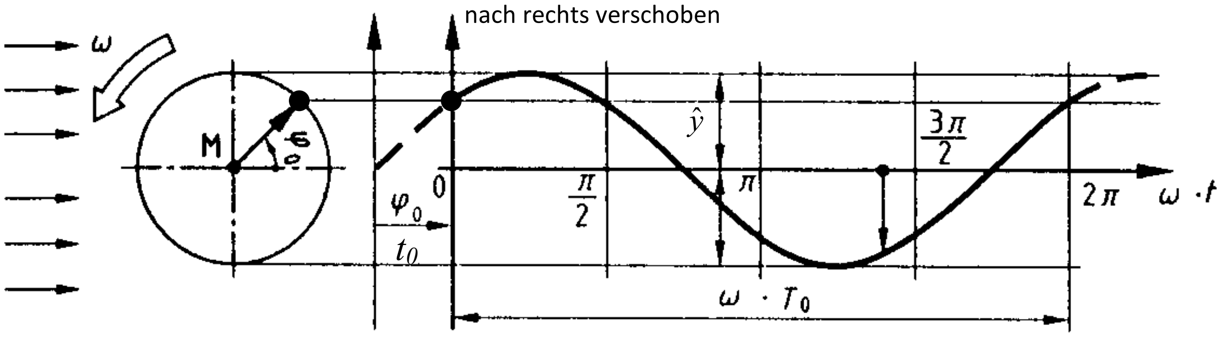
(Winkel im Gradmass gemessen)

Aus dieser Funktionsgleichung, dem **Bewegungsgesetz der harmonischen Schwingung**, lässt sich nach Bedarf zu jedem beliebigen Zeitpunkt t der zugehörige Auslenkungswert y des Körpers vorhersagen.



$$\boxed{y(t) = \hat{y} \cdot \sin(\omega \cdot t)}$$

Phasenverschobene Sinusfunktion



$$y(t) = \hat{y} \cdot \sin(\omega \cdot (t + t_0)) = \hat{y} \cdot \sin(\omega \cdot t + \omega \cdot t_0)$$

$$y(t) = \hat{y} \cdot \sin(\omega \cdot t + \varphi_0)$$

oder als Cosinusfunktion

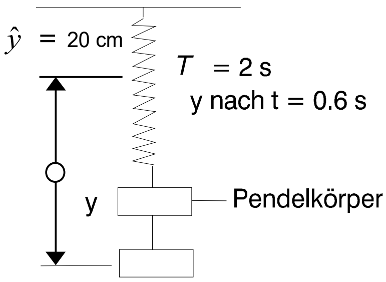
$$y(t) = \hat{y} \cdot \cos(\omega \cdot t + \varphi_0 - \frac{\pi}{2})$$

φ_0 = Phasenwinkel der Schwingung bei t_0, $\varphi_0 = \omega \cdot t_0$

t_0 = Zeit vor Durchgang durch Null-Lage

Aufgaben

1 Berechnen Sie y nach t = 0.6 Sekunden.



2 Die maximale Auslenkung $\hat{y}$ soll bestimmt werden.
Momentane Auslenkung $y(t)$ = 25 cm, Periodendauer T = 2.0 s, t = 0.6 s

3 Die Frequenz einer harmonischen Schwingung beträgt f = 0.5 Hz, deren Amplitude $\hat{y}$ = 0.5 cm. Berechnen Sie:
a) Schwingungsdauer T, b) Winkelgeschwindigkeit ω, c) Elongation für φ_0 = 0° und t = 3.2s

4 Wie gross ist die Elongation einer Sinusschwingung, wenn die Amplitude 12 cm und die Frequenz 15 Hz beträgt,
a) 0.01 s, b) 0.02s und c) 0.03s nach dem Nulldurchgang?

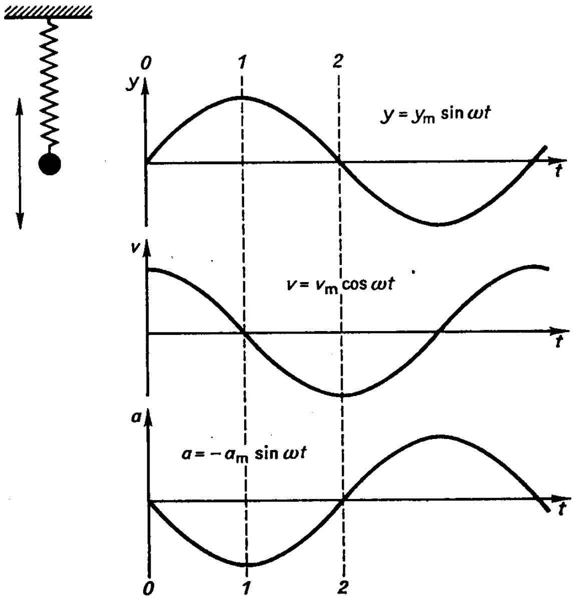
Resultate:

(1) 19 cm **(2)** 26.3 cm **(3)** 2.0s, π/s, -0.293 cm **(4)** 9.71 cm, 11.41 cm, 3.71 cm

Bei einer Bewegung wird ausschliesslich nach der Abhängigkeit des **Orts von der Zeit** gefragt.
Zum Vergleich sollen auf der folgenden Seite noch einmal die analogen Grössen von gleichförmiger Kreisbewegung und harmonischer Bewegung gegenübergestellt werden.

Kreisbewegung	Harmonische Bewegung	Gleichung
Radius r	Amplitude $\hat{y}$	
Winkel φ	Phasenwinkel φ	$\varphi = \omega \cdot t$
Winkelgeschwindigkeit ω	Kreisfrequenz ω	$\omega = 2\pi \cdot f$
Drehfrequenz z	Frequenz f	$f = \frac{z}{t}$
Umlaufzeit T	Periodendauer T	$T = \frac{1}{f}$

12.1.2 Das Geschwindigkeit- bzw. Beschleunigung-Zeit-Gesetz



Erste Kurve: **Ort-Zeit-Gesetz**
Es wird eine Feder um den Betrag der Amplitude gedehnt und wieder los gelassen. Der Körper führt dann eine Bewegung aus gemäss

$$\boxed{y(t) = \hat{y} \cdot \sin(\omega \cdot t)}$$

Zweite Kurve: **Geschwindigkeit-Zeit-Gesetz**
Angefangen zum Zeitpunkt $t = 0$ befindet sich der Körper am Ort $y = 0$ und bewegt sich mit grosser Geschwindigkeit nach oben (pos. Geschw.). Zu dem durch die Hilfslinie 1-1 gekennzeichneten Zeitpunkt kehrt der Körper gerade um. Seine Geschwindigkeit ist $v = 0$, sein ist Ort $y = \hat{y}$.
Zum Zeitpunkt 2-2 befindet sich der Körper auf dem Weg von oben nach unten wieder am Ort $y = 0$.

Seine Geschwindigkeit ist gross und nach unten gerichtet (negativ). Die Geschwindigkeit als Funktion der Zeit dargestellt ergibt eine Cosinusfunktion. Beim Durchgang durch die Null-Lage besitzt der Körper jeweils die grössere Geschwindigkeit $\hat{v}$. Die Bahngeschwindigkeit des Körpers ist:

$$\hat{v} = \frac{Kreisumfang}{Umlaufdauer} = \frac{2\pi \cdot \hat{y}}{T} = \omega \cdot \hat{y}$$

$$\boxed{v(t) = \omega \cdot \hat{y} \cdot \cos(\omega \cdot t)}$$

<u>Dritte Kurve</u>: **Beschleunigung-Zeit-Gesetz**

Die Beschleunigung beschreibt die Änderung der Geschwindigkeit ($\Delta v/\Delta t$). Diese Änderung ist am grössten bei der Umkehr des schwingenden Körpers, also zu dem Zeitpunkt 1-1. Sie ist gleich Null, wenn der Körper seine grösste Geschwindigkeit hat (2-2), also in der Gleichgewichtslage. So lange die Geschwindigkeit abnimmt, ist die Beschleunigung negativ, andernfalls positiv. Darum: geht die Kugel nach oben so ist $-a$,

geht die Kugel nach unten dann ist $+a$. Unter Beachtung aller dieser Fakten ergibt sich wieder eine Sinus-kurve, die jedoch immer der Auslenkung entgegengesetzt beginnt.

$$-\hat{a}_R = -\frac{v^2}{r} = -\frac{(\omega\cdot\hat{y})^2}{\hat{y}} = -\omega^2\cdot\hat{y} \quad \text{mit } a = -\hat{a}_R\cdot\sin(\omega\cdot t) \text{ folgt für den Körper}$$

$$\boxed{a(t) = -\omega^2\cdot\hat{y}\cdot\sin(\omega\cdot t)}$$

Aufgaben

5 Ein Pendelkörper schwingt mit T = 2s und $\hat{y}$ = 20 cm. Berechnen Sie die Auslenkung, Geschwindigkeit und Beschleunigung

a) y zum Zeitpunkt $T/4$, also nach t = 0.5 s
b) v zum Zeitpunkt $T/4$, also nach t = 0.5 s
c) v zum Zeitpunkt $T/2$, also nach t = 1.0 s
d) a zum Zeitpunkt $T/4$, also nach t = 0.5 s
e) a zum Zeitpunkt $T/2$, also nach t = 1.0 s

6 An einer Schraubenfeder schwingt ein Körper. In 1 Minute werden 72 Perioden gezählt. Der Weg von einem Umkehrpunkt bis zum anderen beträgt 16 cm.

a) Berechnen Sie die Periodendauer, Frequenz und Amplitude.
b) Berechnen Sie die Höchstwerte von Geschwindigkeit und Beschleunigung.
c) Welche Elongation hat der schwingende Körper nach 4 Sekunden ?
d) Stellen Sie die Schwingung in einer Skizze dar und markieren Sie die Position des Pendelkörpers.

7 Wie sieht der Graph einer Schwingung aus, die durch folgende Funktionsgleichung beschrieben wird?

$$y = 1.2\cdot\sin 2\pi\cdot 2\,t \qquad t = 0 - 3\text{ s}$$

8 Eine harm. Schwingung hat die Amplitude $\hat{y}$ = 10 cm und die Periodendauer T = 2.0 s.

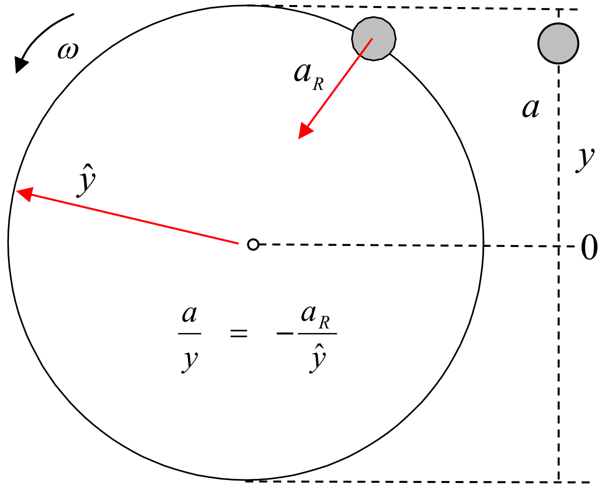
a) Stellen Sie die Werte der Elongation, Geschwindigkeit und Beschleunigung für die Zeiten t = n T/8 (für n = 0, 1, 2 … 8) in einer Tabelle dar.
b) Zeichnen Sie die Graphen der drei Grössen in Abhängigkeit von der Zeit in einem geeigneten Massstab auf.

<u>Resultate</u>:
(5) 20 cm, 0 cm/s, -0.628 m/s, -1.97 m/s^2, 0 cm/s^2 **(6)** 0.833s, 1.2 Hz, 8 cm, 0.6 m/s, -4.5 m/s^2, -7.6 cm

12.2 Eigenschwingungen

Beim Uhrpendel bestimmt der schwingende Körper mit seiner Schwingung (**Eigenschwingung**) den Takt. Wir fragen uns nun, wie gross die Periodendauer dieser charakteristischen Schwingung ist.

Harmonische Schwingung aus der gleichförmigen Kreisbewegung



a = Beschleunigung des schwingenden Schattens

y = Auslenkung aus der Null-Lage

a_R = Radialbeschleunigung der zugehörigen Kreisbewegung

$\hat{y}$ = Amplitude = Radius der Kreisbewegung

Formel für die Radialbeschleunigung:

$$a_R = \frac{v^2}{r} \quad oder \quad \frac{\left(\frac{2\pi \cdot r}{T}\right)^2}{r} = \frac{\omega^2 \cdot r^2}{\cancel{r}} = \omega^2 \cdot r$$

a_R eingesetzt:

$$\frac{a}{y} = -\frac{\omega^2 \cdot \hat{y}}{\hat{y}} = -\omega^2 \qquad \omega = \frac{2\pi}{T} \qquad -\omega^2 = -\left[\frac{2\pi}{T}\right]^2 = -\frac{4\pi^2}{T^2}$$

daraus folgt:

$$\boxed{\frac{a}{y} = -\frac{4\pi^2}{T^2} = -\omega^2}$$

Periodendauer der Kreisbewegung

$$\boxed{T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{y}{a}} = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{1}{\omega^2}}}$$

Die Amplituden sind von der Periodendauer unabhängig.

Für die harmonische Schwingung eines Federpendels gilt:

$$\frac{a}{y} = \frac{-D}{m}$$

D = Federkonstante (N/m)

m = Pendelmasse (kg)

Für eine gleichförmige Kreisbewegung gilt:

$$\frac{a}{y} = \frac{-4\pi^2}{T^2}$$

gleichgesetzt: $\frac{-D}{m} = \frac{-4\pi^2}{T^2}$ nach Vorzeichenwechsel und Umformung folgt:

$$T^2 = 4\pi^2 \cdot \frac{m}{D} \quad \Rightarrow \quad \boxed{T = 2\,\pi \cdot \sqrt{\frac{m}{D}}}$$

$$\text{da} \quad f = \frac{1}{T} \quad \Rightarrow \quad \boxed{f = \frac{1}{2\,\pi} \cdot \sqrt{\frac{D}{m}}}$$

$$\boxed{D = \frac{m \cdot (2\pi)^2}{T^2}}$$

Aus diesen Formeln kann entnommen werden:

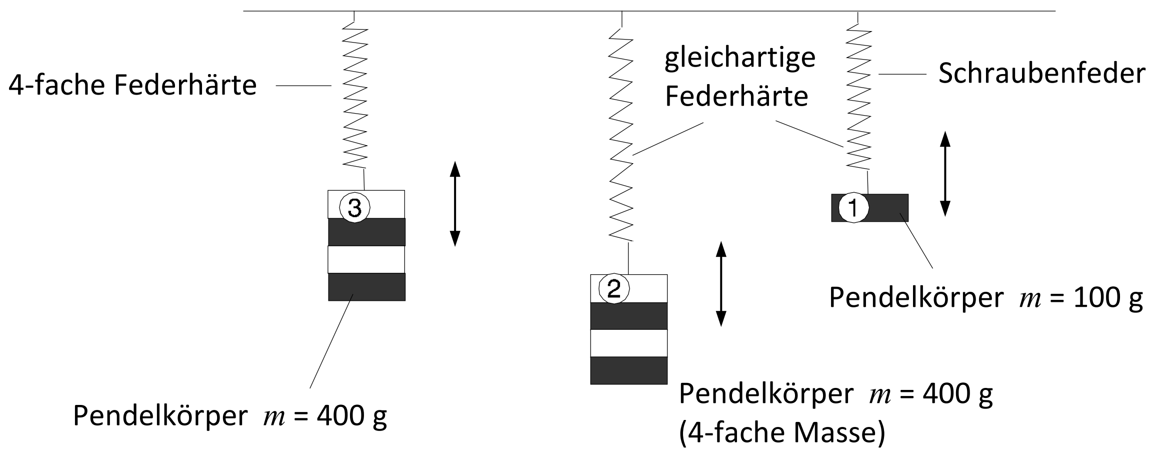
* Die **4-fache Masse** des Schwingers führt auf die **2-fache Periodendauer**.

* Bei **gleicher Periodendauer** gleicht **die 4-fache Masse die 4-fache Spannkraft** der Feder wieder aus.

Im Weiteren gilt:

$$\frac{a}{y} = -\omega^2 = \frac{-D}{m} \quad \Rightarrow \quad \boxed{\omega = \sqrt{\frac{D}{m}}} \qquad \boxed{D = \omega^2 \cdot m}$$

Experiment



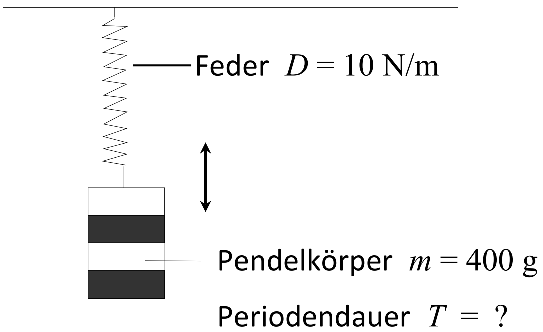
Pendelkörper (3) schwingt wie (1)
4-fache Masse und 4-fache Federhärte ergibt gleiche Periodendauer

Pendelkörper (2) schwingt halb so schnell wie (1)
4-fache Masse gleich 2-fache Periodendauer

Um die Frequenz eines schwingenden Körpers beizubehalten, muss die Federkonstante *D* in Bezug auf die Masse anteilmässig im gleichen Mass verändert werden.

Aufgaben

1 Berechnen Sie die Periodendauer.



2 Gegeben: D = 40 N/m, m = 1600 g (vierfache Masse), Periodendauer T = ?

3 Gegeben: D = 10 N/m, T = 2.51s (doppelte Periodendauer), Masse m = ?

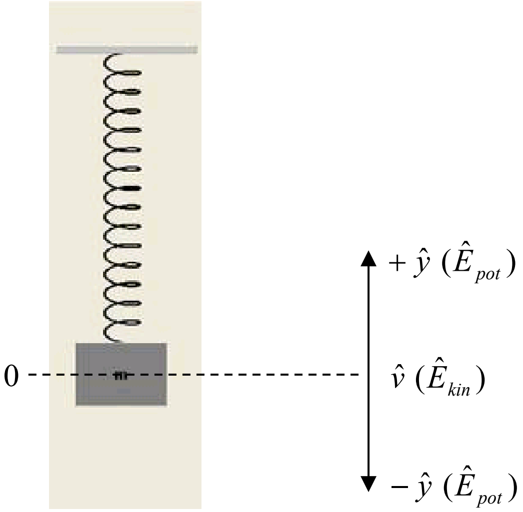
4 Eine Masse m = 0.5 kg ist an einer Feder mit D = 0.5 N/cm frei aufgehängt.
Sie wird nach unten ausgelenkt und dann losgelassen.
Berechnen Sie T, f, ω

5 Es ist mit einem Federpendel eine Uhr zu konstruieren. D = 3.2 N/m.
Welche Masse muss angehängt werden? Nehmen Sie eine sinnvolle Grösse für T an.

<u>Resultate</u>:
(1) 1.26 s **(2)** 1.26 s **(3)** 1.6 kg, **(4)** 0.63 s, 1.59 Hz, 10/s **(5)** 81 g

12.3 Schwingungsenergie

Die Schwingungsenergie lässt sich aus der potenziellen oder aus der kinetischen Energie berechnen. Die Spannenergie ist eine besondere Form der potenziellen Energie.



Gemäss Energieerhaltungssatz gilt:

$$\hat{E}_{pot} = \hat{E}_{kin}$$

$$\boxed{\frac{1}{2} D \cdot \hat{y}^2 = \frac{1}{2} m \cdot \hat{v}^2 = E_{Ges}}$$

und

$$E_{pot} + E_{kin} = konst. = E_{Ges}$$

$$\boxed{\frac{1}{2} D \cdot y^2 + \frac{1}{2} m \cdot v^2 = E_{Ges}}$$

Beim Auf- und Abbewegen des Federpendels wechseln sich $\hat{E}_{pot}$ **und** $\hat{E}_{kin}$ **periodisch ab. 2 x Wechsel bei jeder Schwingung.** Bei einer ungedämpften Schwingung bleibt die **Gesamtenergie konstant**. Diesen Energiebetrag bezeichnet man als **Schwingungsenergie**.

Aufgaben

1 Eine harmonisch schwingende Masse (m = 0.5 kg) schwingt mit einer Winkelgeschwindigkeit ω = 3 s^{-1}. Die Amplitude beträgt 3 cm. Berechnen Sie für diese Schwingung:
- a) die Federkonstante in N/m
- b) die kinetische und potenzielle Energie für t = 2.5 s
- c) die Gesamtenergie der Schwingung

2 Ein Gegenstand von 50 g Masse hängt an einer Schraubenfeder. Im Ruhestand besteht eine Dehnung von 4 cm. Wie gross ist die Schwingungsdauer und Frequenz ?

3 Welche Masse ist an die im vorigen Beispiel erwähnte Feder anzuhängen, wenn die Schwingungsdauer gerade 1 s betragen soll?

4 Wie lange dauert es, bis eine Stimmgabel mit der Frequenz f = 440 Hz 50 Schwingungen ausgeführt hat?

5 An einer Schraubenfeder werden m = 2.5 kg angehängt.
- a) Wie gross ist die Federkonstante, wenn die Schraubenfeder für eine Schwingung eine Sekunde benötigt?
- b) Welche Masse müsste man anhängen, um die Frequenz zu verdoppeln?

6 In einen Bus steigen 20 Personen mit je einer Masse = 75 kg ein. Hierbei senkt sich die Karosserie um 10 cm. a) Welche Federkonstante hat der Reisebus? b) Wie gross ist die Schwingungsdauer des leeren und des besetzten Wagens, wenn die Masse des mitschwingenden Wagenteils 3000 kg beträgt?

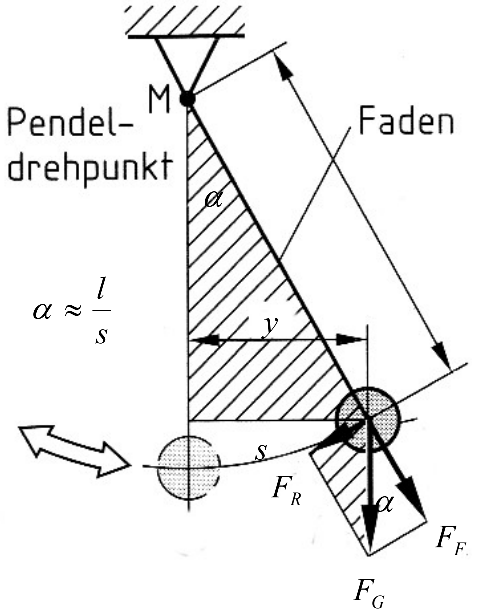
7 Welche Federkonstante hat die Federung eines Autos, wenn sich die Karosserie bei einer Belastung mit 380 kg um 80 mm senkt?

Resultate:

(1) 4.5 N/m, $2.4 \cdot 10^{-4}$ J, $1.8 \cdot 10^{-3}$ J, $2.03 \cdot 10^{-3}$ J **(2)** 0.4s, 2.5 Hz **(3)** 0.31 kg
(4) 0.1136s **(5)** 98.7 N/m, 0.63 kg **(6)** 147'150 N/m, 0.90s, 1.10s **(7)** 46'598 N/m

12.4 Das Fadenpendel (Mathematisches Pendel)

Ein mathematisches Pendel besteht aus einer **punktförmig** angenommenen Masse m und einer als **massenlos** angenommenen Aufhängung (Faden) mit für den jeweiligen Pendelvorgang konstanter Länge l. Aus dieser Definition ist ersichtlich, dass ein solches mathematisches Pendel nur angenähert vorkommt.



Das Bild zeigt die Zerlegung der **Gewichtskraft** F_G mit Hilfe eines Kräfteparallelogramms in eine **Kraft** F_F (die den Faden spannt) und die **Rückstellkraft** F_R. Die beiden schraffierten Dreiecke sind „ähnlich“ und führen somit zur Gleichung

$$\frac{y}{l} = \frac{F_R}{F_G} \quad \Rightarrow \quad \boxed{F_R = -\frac{F_G}{l} \cdot y}$$

Aus der obigen Gleichung ist zu erkennen, das der Quotient $\frac{F_G}{l}$ *in* N/m der Federkonstanten D entspricht. Somit kann die Gleichung für die Periodendauer wie folgt ergänzt werden:

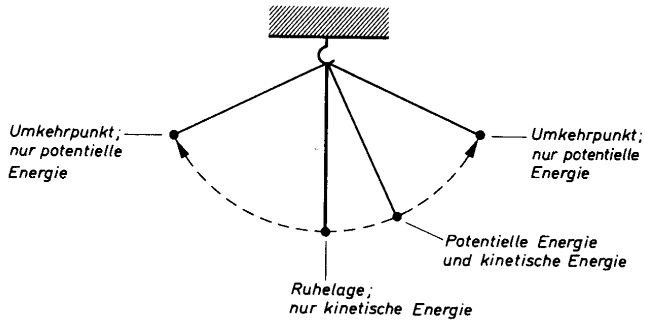
$$T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{m}{D}} = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{m}{\frac{F_G}{l}}} = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{m}{\frac{m \cdot g}{l}}} \qquad T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{l}{g}} \; ; \quad f = \frac{1}{2\pi} \cdot \sqrt{\frac{g}{l}}$$

Wie wollen uns hier auf ein Fadenpendel beschränken, dessen Auslekungswinkel α gering ist. Für $\alpha < 10°$ ist der Unterschied zwischen den Werten für α und $\sin \alpha$ kleiner als 0.5% und man kann angenähert $\sin \alpha$ durch α ersetzen. Es ergibt sich $F_R = m \cdot\cdot g \cdot\cdot \alpha$.

Ein Fadenpendel schwingt nur bei kleinen Auslenkungen α < 10° annähernd harmonisch. Die Schwingungsdauer eines Fadenpendels ist umso grösser, je länger das Pendel ist. Sie ist aber unabhängig von der Masse des Pendelkörpers.

Mit einer Pendelschwingung kann der Energieerhaltungssatz wie folgt beschrieben werden:

1. Eine mechanische Schwingung stellt eine ständige **Umwandlung von kinetischer Energie in potenzieller Energie** und umgekehrt dar.
2. Mechanische Schwingungen kommen durch **Einwirkung einer stets zur Ruhelage gerichteten Rückstellkraft** auf einen trägen Körper zustande.



3. Wenn jede Reibung verhindert werden könnte, würde der Schwingungsvorgang ohne Ende weiterlaufen. Andernfalls aber wird bei jeder Schwingung ein **Teil der mechanischer Energie in Wärmeenergie** umgewandelt, so dass die Bewegung schliesslich zur Ruhe kommt.

Aufgaben

1 Ein mathematisches Pendel hat die Periodendauer T = 2 s. Berechnen Sie die Länge des Fadens.

2 Ein an einer Schraubenfeder hängender Körper der Masse m = 300 g führt Schwingungen aus mit einer Schwingungsdauer T = 1.5 s und einer Amplitude $\hat{y}$ = 0.12 m.

a) Berechnen Sie die Federkonstante

b) Berechnen Sie die Geschwindigkeit des Körpers beim Durchgang durch die Ruhelage

c) Ändert sich die Schwingungsdauer eines Federpendels auf dem Mond gegenüber auf der Erde? Begründung

d) Berechnen Sie die Fadenlänge, die ein Fadenpendel auf dem Mond haben müsste, um eine Schwingungsdauer von 1.5 s zu erreichen (g_M = 1.6 ms^{-2})

3 Die Länge eines Sekundenpendels – das ist ein Pendel, das für eine Halbschwingung eine Sekunde braucht – beträgt am Äquator l_1 = 99.09 cm, am Pol l_2 = 99.61 cm, und auf 45° Breite l_3 = 99.35 cm. Berechnen Sie die zugehörigen Erdbeschleunigungen.

4 Bei einem Federpendel sind f = 8 Hz und D = 380 N/m. Wie gross ist m?

5 Bei einem Federpendel wird die Periodendauer *T* dreimal so gross, wenn die angehängte Masse m um Δm = 50 g vergrössert wird. Wie gross ist die ursprüngliche Masse m?

6 Eine Kugel hängt an einem leichten Faden der Länge l = 2.4 m (Fadenpendel).

a) Berechnen Sie die Periodendauer T für einen Ort, an dem die Erdbeschleunigung g = 9.81 m/s^2 beträgt.

b) An einem anderen Ort misst man mit dem selben Pendel die Schwingungsdauer T = 3.12 s. Wie gross ist dort die Erdbeschleunigung?

7 Ein reibungsfreies Fadenpendel der Länge 2.2 m besitzt einen Pendelkörper der Masse m = 4.5 kg. Zur Anregung wird es um 8.0° aus der Nulllage ausgelenkt. Zur Zeit t = 0s beginnt es harmonisch zu schwingen.

a) Berechnen Sie die Fadenspannkraft und die Rückstellkraft zur Zeit t = 0s.

b) Welche Amplitude hat die Pendelschwingung?

c) Berechnen Sie die Federhärte und die Schwingungsdauer

d) Welchen Betrag hat die Rückstellkraft zum Zeitpunkt t = 0.51 s?

e) Welche Gesamtenergie hat die Schwingung

Resultate:

(1) 1.0 m **(2)** 5.3 N/m, 0.5 m/s, 0.092 m **(3)** 9.780 m/s^2, 9.831 m/s^2, 9.805 m/s^2
(4) 0.150 kg **(5)** 6.25g **(6)** 3.108 s, 9.73 m/s^2 **(7)** 43.7 N, 6.1 N, 0.31 m
20 N/m, 3.0 s, 3.0 N, 0.94 J